# VETTORI, RETTE E PIANI

1. Trovare i vettori di modulo 5 perpendicolari sia a $\mathbf{u} = 2\mathbf{i}+\mathbf{j}-3\mathbf{k}$ che a $\mathbf{v} = \mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$.

2. Siano $\mathbf{u} = a\mathbf{i}+2\mathbf{j}+b\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = (1-b)\mathbf{i}+b\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = b\mathbf{i}+b\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ $(a,b\in\mathbf{R})$. Trovare, se esistono, i valori di a e b per cui $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ hanno la stessa direzione.

3. Dati i vettori $\mathbf{u} = \mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = \mathbf{i}-\mathbf{j}$, scomporre $\mathbf{u}$ nella somma di un vettore perpendicolare a $\mathbf{v}$ e di uno avente la stessa direzione di $\mathbf{v}$.

4. Trovare i vettori complanari con $\mathbf{u} = \mathbf{i}-\mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = \mathbf{i}+\mathbf{j}$ ed ortogonali a $\mathbf{u}+\mathbf{v}$.

5. Scrivere la retta passante per il punto comune ad r: $x+2y-4 = 0$ ed
$$s: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$$
e soddisfacente una delle condizioni seguenti:

   1) passante per P(3,1);
   2) parallela alla retta $3x-y+7 = 0$.

6. Dati il piano $\pi$: $2x + y + 2z + 1 = 0$ e la retta
$$r: \begin{cases} hx+y-2z = 0 \\ y+z+2k = 0 \end{cases} \qquad (h,k\in\mathbf{R}) \quad ,$$
trovare i valori di h e k per cui:

   1) r è parallela a $\pi$;
   2) r giace su $\pi$.

7. Date le rette
$$r: \begin{cases} x-hy+2z+1=0 \\ 3x+hy-1=0, \end{cases} \qquad s: \begin{cases} hx+hy-z=0 \\ 2y-3z-3=0, \end{cases} \qquad (h\in\mathbf{R}),$$
trovare i valori di h per cui r ed s sono parallele e in tal caso individuare il piano su cui entrambe giacciono.

8. Provare che le rette:

   1) $\begin{cases} x-y+z = 0 \\ y+3z = 0, \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x+y-1 = 0 \\ y+3z-2 = 0, \end{cases}$
   sono sghembe;
   2) $(x,y,z) = (2+t,-1-t,4+3t)$, $(x,y,z) = (3+t,2+t,4+t)$ sono sghembe;
   3) $(x,y,z) = (1+2t,1-t,3t)$, $\begin{cases} x-y-z+2 = 0 \\ 3y+z-1 = 0 \end{cases}$
   sono parallele e trovare il piano che contiene entrambe;

9. Dati il punto P(1,2,3) e la retta r:$(x,y,z) = (1-t,2+t,2t)$ , determinare:

1) la retta passante per P, complanare con r e parallela a $\pi$: $2x + y - z - 1 = 0$

2) la retta passante per P, complanare con r e con la retta s: $\begin{cases} x+y=0 \\ x-2z+4=0. \end{cases}$

10. Date le rette r: $(x,y,z) = (2+k,t,0)$ ($k\in \mathbf{R}$) s: $(x,y,z) = (t',2t',t')$:

1) discutere le posizioni reciproche di r ed s, al variare di k;
2) trovare, per i valori di k per cui esiste, il piano contenente r ed s;
3) posto k=0, trovare la minima distanza tra r ed s.

**QUIZ**

1. Sia dato nello spazio il vettore $\mathbf{u} = \mathbf{i}+3\mathbf{j}$.

a) **u** forma con l'asse x un angolo di 60 gradi;
b) **u** giace sul piano xz;
c) esistono infiniti versori paralleli ad **u**;
**d**) esistono infiniti versori perpendicolari ad **u**.

2. Siano dati i vettori $\mathbf{u} = \mathbf{i}+a\mathbf{j}+b\mathbf{k}$  $\mathbf{v} = \mathbf{i}+2\mathbf{j}+5\mathbf{k}$  $\mathbf{w} = c\mathbf{i}+\mathbf{j}+2\mathbf{k}$. Le terne (a,b,c) tali che **u** sia perpendicolare a **v** e parallelo a **w** sono:

a) nessuna;
**b**) una e una sola;
c) due;
d) infinite.

3. Date le rette r:$(x,y) = (1+3t,1+4t)$ e s:$(x,y) = (t,t)$ una retta bisettrice di (r,s) ha equazioni parametriche:

a) $(x,y) = (1+4t , 1+5t)$;
**b**) $(x,y) = (1,1)+ t ( 3/5+ 1/\sqrt{2} ,4/5+ 1/\sqrt{2} )$;
c) $(x,y) = ( 11/10\, t, 13/10\, t)$;
d) $(x,y) = (3t, 4t )$.

4. Siano date le rette parallele r: $x+2y = 0$ ed s: $x + 2y -1 = 0$:

a) le rette parallele ad r aventi da s distanza 2 sono $r_1$: $x+2y+2=0$ ed $r_2$: $x+2y-1=0$;
b) la distanza di r da s vale –1;
c) la retta per A(2,1) ortogonale a s è $(x-2)+2(y-1)+1=0$;
**d**) la distanza di A(2,1) da s è $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ .

5. La retta passante per (1,1) e perpendicolare alla retta $x+2y =3$ è:

a) $(x,y) = (1,1) + t\,(2,-1)$;

b) $\begin{cases} x = 0 \\ 2y = 3 \end{cases}$

**c**) $2x-y =1$;

d) $(x,y) = (2t + 1, t)$.

6. Le rette

$$\begin{cases} x-y+z-1 = 0 \\ 2y-z = 0 \end{cases}$$

ed $(x,y,z) = (1-t,2t-1,-1+3t)$:

**a**) sono incidenti non ortogonali;
b) sono sghembe;
c) sono ortogonali non incidenti;
d) appartengono al piano $z = 2y$.

7. Le rette $(x,y,z) = (1-t,t,1+t)$ e

$$\begin{cases} x+y-1 = 0 \\ y-z+1 = 0, \end{cases}$$

a) sono parallele ma non incidenti;
b) sono sghembe;
c) sono sghembe e la loro distanza minima vale 6;
**d**) coincidono.

8. Le equazioni

$$\begin{cases} hx+y+z = 0 \\ -y+2z = 1 \\ hx+2y+(h+1)z = k: \end{cases}$$

a) se $h=-2$ rappresentano tre piani che non hanno punti in comune;
b) se $h=0$ non rappresentano tre rette nel piano yz;
c) se $h=0$ $k=-1/3$ rappresentano tre piani che hanno un solo punto in comune;
**d**) se $h=-2$ e $k=-1$ rappresentano tre piani che passano per una stessa retta.

9. La retta passante per $P(0,3,1)$ perpendicolare sia all'asse x che alla retta $x=2y=z$ é:

a) $\begin{cases} x = t \\ y = t/2 \\ z = t \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = t \\ y = 3+t/2 \\ z = 1+t \end{cases}$

**c**) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3\text{-}t \\ z = 1+t/2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = t \\ y = 3\text{-}t \\ z = 1+t/2 \end{cases}$

10) Siano dati $P_0(1,1,2)$ e la retta

$$r \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$$

La proiezione P' di $P_0$ su r é:

**a**) P'(4/3,4/3,4/3);
b) P'(1/3,1/3,1/3);
c) P'(4/3,2/3,4/3);
d) P'(1,4,-2).