Parte 6

Trasformazioni Circuitali

Trasformazioni Circuitali

Nella Teoria dei Circuiti sono state introdotte numerose trasformazioni circuitali anche complesse.

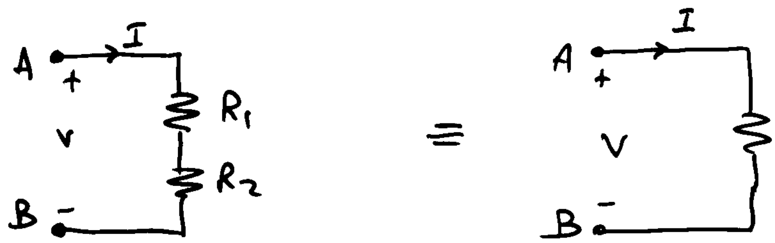
In questa parte si intende fornire una breve panoramica di alcune semplici trasformazioni per elementi ad una ed a due porte, bilanciati e sbilanciati.

Le trasformazioni vengono proposte in reti senza memoria, ma possono essere generalizzate anche al caso di reti con memoria, sotto opportune condizioni.

Gli schemi proposti possono essere anche utilizzati come esercizi di verifica con soluzione.

BIPOLI (SENZA MEMORIA)

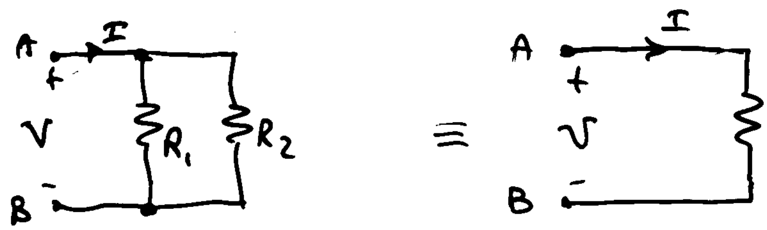
1) SERIE



$R_T = R_1 + R_2$

dim.: $V = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)\, I$

2) PARALLELO

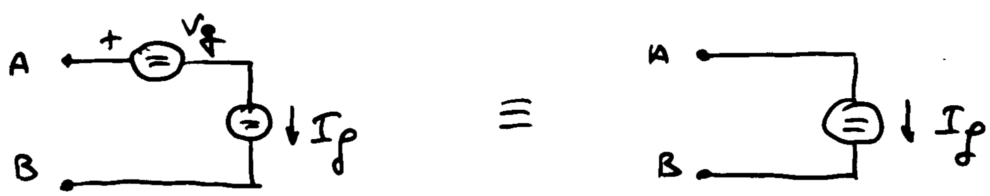


$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$G_T = G_1 + G_2$

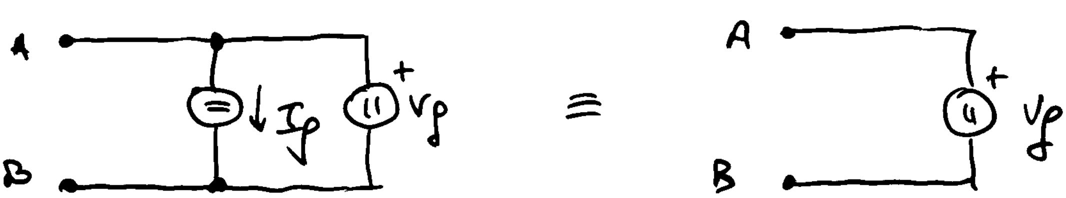
dim.: $I = \frac{1}{R_1} V + \frac{1}{R_2} V = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) V$

3) ELIMINAZIONE V_g



dim.: Teorema di sostituzione alla porta AB

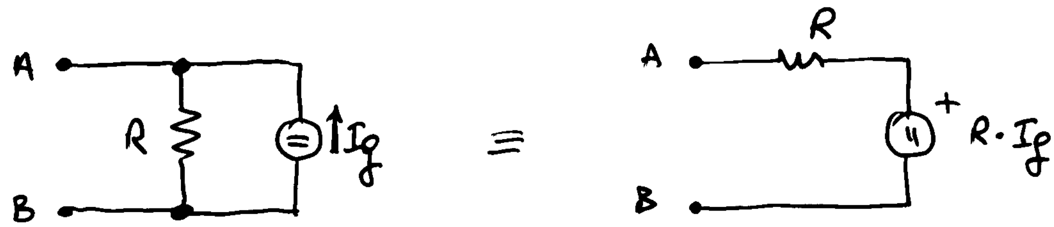
4) ELIMINAZIONE I_f



dim. Teorema di sostituzione alla porta AB

BIPOLI (SENZA MEMORIA)

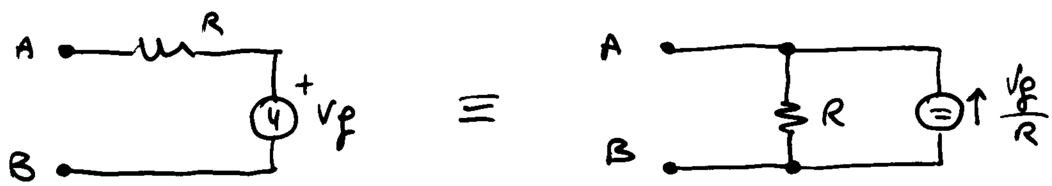
5) TRASFORMAZIONE $I_g \to V_g$



$\frac{1}{R} \neq 0$

dim.: Teorema di Thevenin alla porta AB

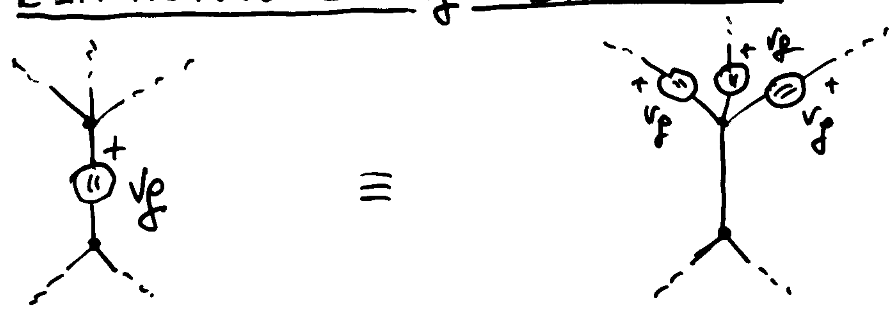
6) TRASFORMAZIONE $V_g \to I_g$



$R \neq 0$

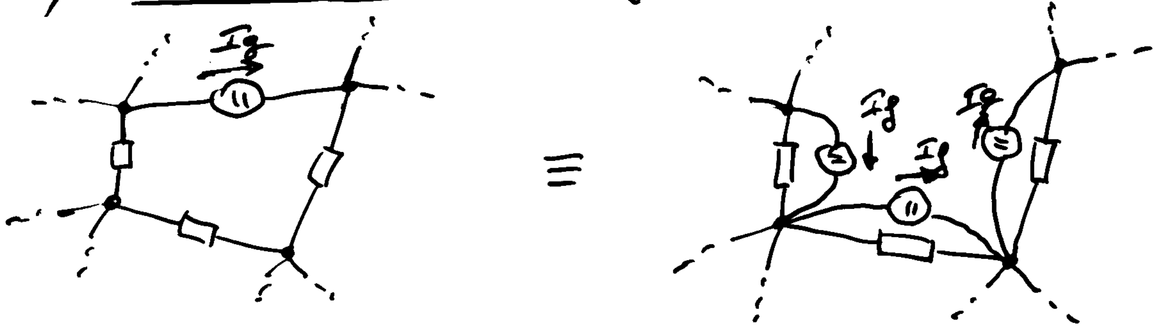
dim.: Teorema di Norton alla porta AB

7) ELIMINAZIONE V_g DA RAMO



dim.: equivalenze KLV, KLC

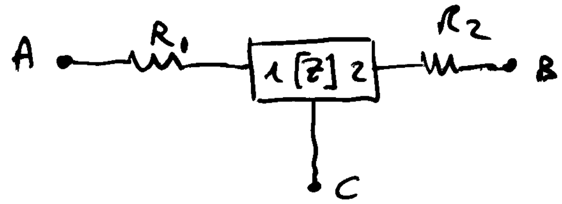
8) ELIMINAZIONE I_g DA MAGLIA



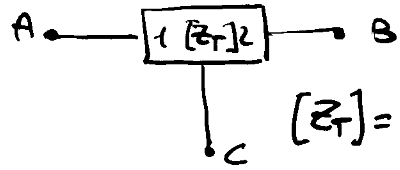
dim.: equivalenze KLC, KLV

2-PORTE (senza memoria)

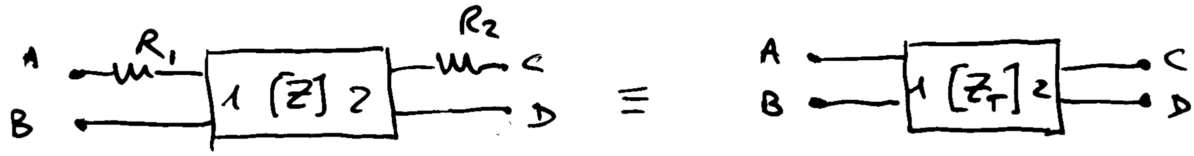
1) ASSORBIMENTO R IN SERIE



$\equiv$

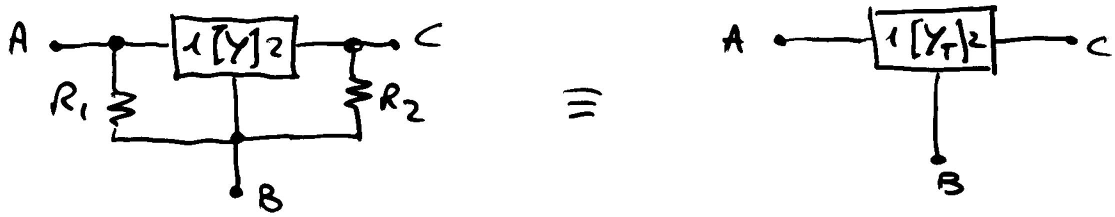


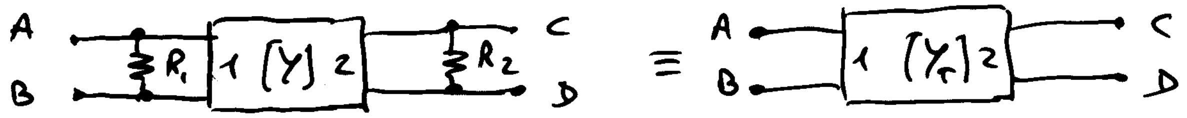
$$[Z_T] = [Z] + \begin{bmatrix} R_1 & \phi \\ \phi & R_2 \end{bmatrix}$$



dim.: utilizzare schema equivalente [Z]

2) ASSORBIMENTO R IN PARALLELO

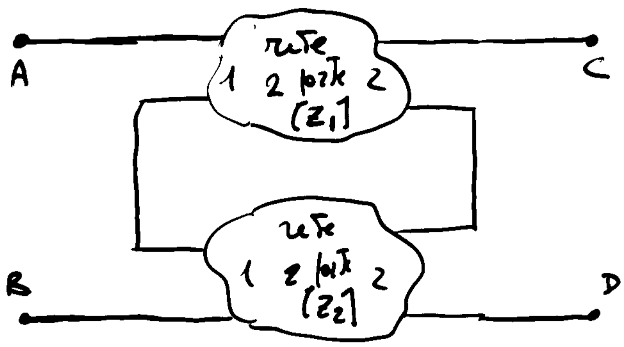




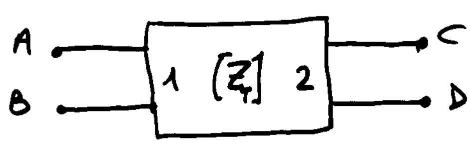
dim.: utilizzare schema equivalente di [Y]

$$[Y_T] = [Y] + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & \phi \\ \phi & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

3) SERIE - SERIE



$\equiv$

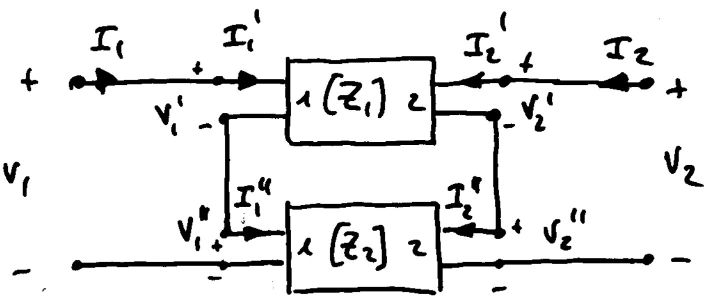


$$[Z_T] = \begin{cases} [Z_1] + [Z_2] & \text{se entrambe le reti si comportano come 2-PORTE} \\ [Z] & \text{da trovare con 2 porte esterne (SE ESISTE)} \end{cases}$$

2-PORTE (senza memoria)

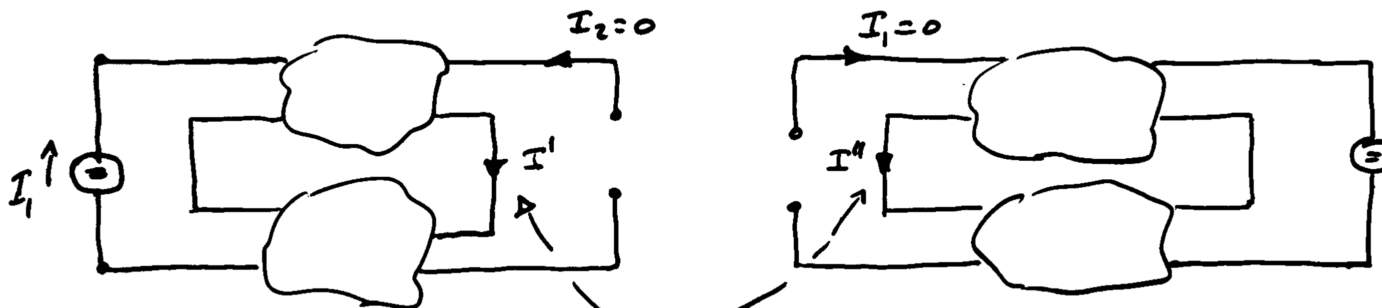
dim. collegamento serie-serie:

1° caso entrambe le reti si comportano come 2-PORTE anche quando sono connesse in serie-serie. È quindi possibile usare le loro rappresentazioni $[Z_1]$ e $[Z_2]$



$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z_1]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + [Z_2]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Per verificare il comportamento come 2-PORTE delle due reti è possibile utilizzare i seguenti 2 circuiti come prove di validità:



verificare che le correnti siano nulle

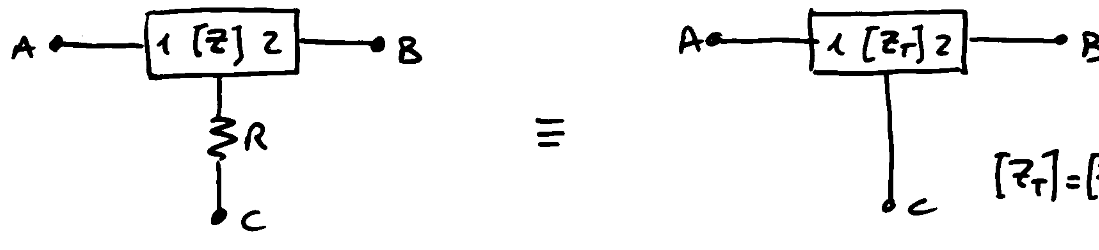
se $I'=0$ e $I''=0$ $\Rightarrow$ le 2 reti si comportano come 2-PORTE

2° caso le due reti non si comportano come 2-PORTE (le prove di validità sono fallite). Non è possibile utilizzare $[Z_1]$ e $[Z_2]$, occorre determinare $[Z_T]$ direttamente facendo 2 studi per calcolare le 4 costanti z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}.

NOTA

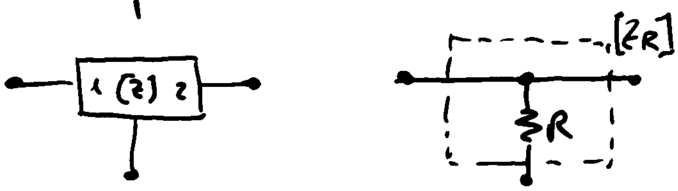
Per reti 2 porte sbilanciate è sempre possibile utilizzare le rappresentazioni $[Z_1]$ e $[Z_2]$

4) ASSORBIMENTO R SU TRIPOLO



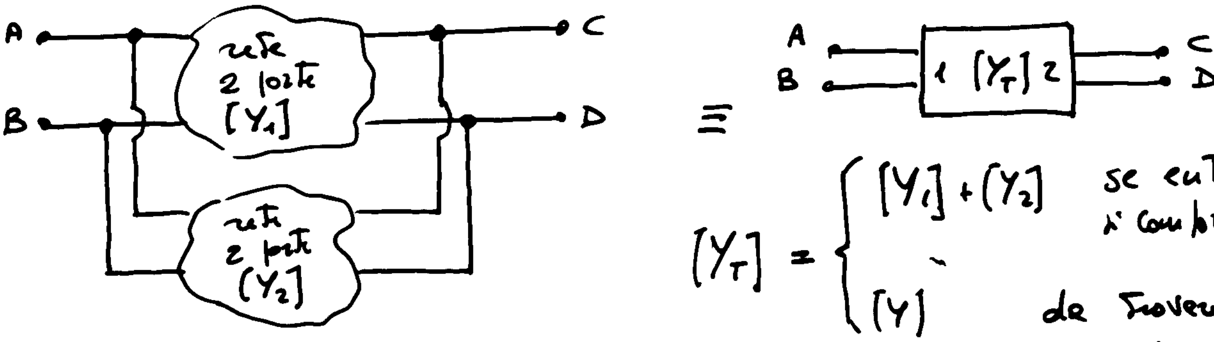
$$[Z_T] = [Z] + \begin{bmatrix} R & R \\ R & R \end{bmatrix}$$

dim.: collegamento serie-serie fra le seguenti 2 reti:



$$[Z_R] = \begin{bmatrix} R & R \\ R & R \end{bmatrix}$$

5) PARALLELO - PARALLELO



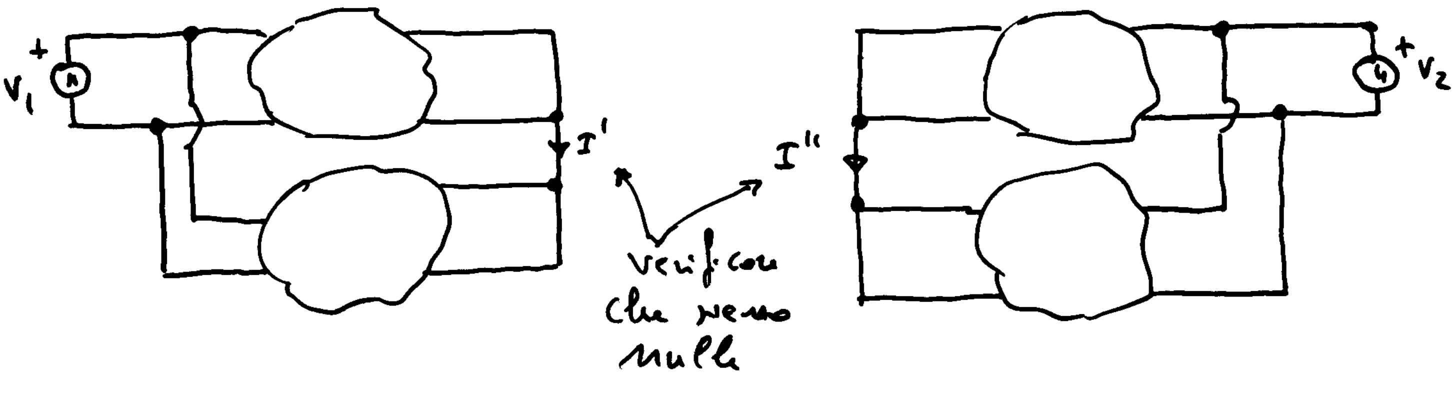
$$[Y_T] = \begin{cases} [Y_1] + [Y_2] & \text{se entrambe le reti si comportano come 2-PORTE} \\ [Y] & \text{da trovare con 2 prove esterne (SE ESISTE)} \end{cases}$$

dim.:

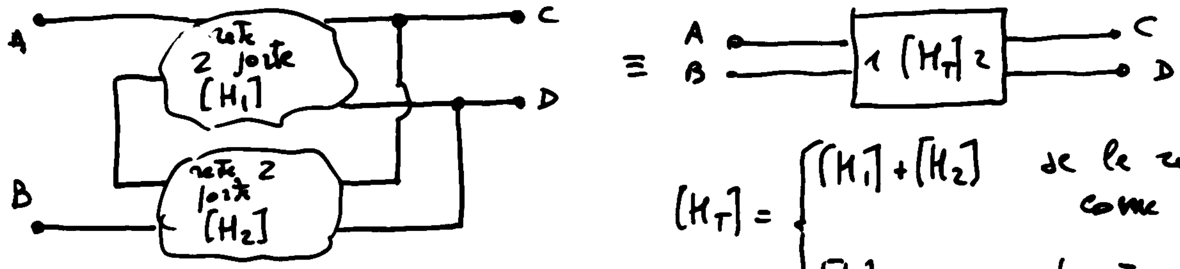
nel primo caso segue dal fatto che le correnti di porta esterne sono la somma delle correnti di porta nelle 2 reti.

Occorre verificare le condizione di comportamento 2-PORTE per le due reti. Prove di validità:

[NB. per reti sbilanciate funziona sempre]



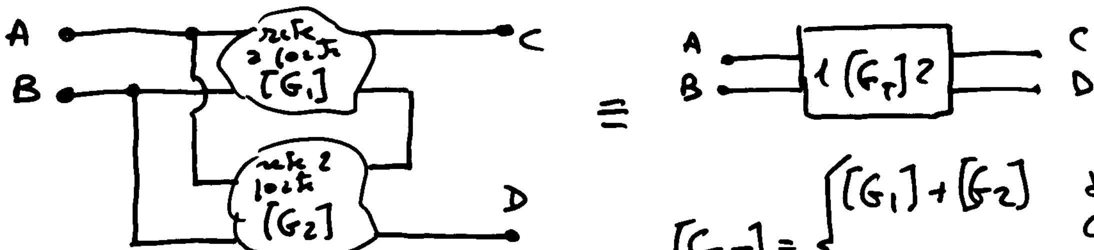
6) SERIE - PARALLELO



$$[H_T] = \begin{cases} [H_1]+[H_2] & \text{se le reti si comportano come 2-PORTE} \\ [H] & \text{da trovare con 2 porte esterne (SE ESISTE)} \end{cases}$$

dim.: segue come caso misto dei 2 precedenti.

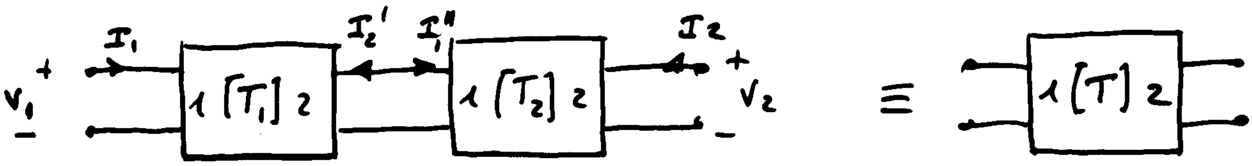
7) PARALLELO - SERIE



$$[G_T] = \begin{cases} [G_1]+[G_2] & \text{se le reti si comportano come 2-PORTE} \\ [H] & \text{da trovare con 2 porte esterne (SE ESISTE)} \end{cases}$$

dim: segue come caso misto dei casi 4 e 5

8) CASCATA



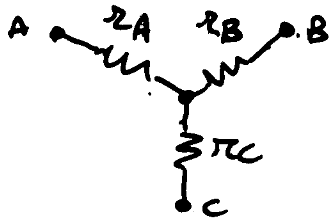
$$[T] = [T_1]\cdot[T_2]$$

dim indicando con ' e " le grandezze rispettivamente della 1° e della 2° rete, si può scrivere

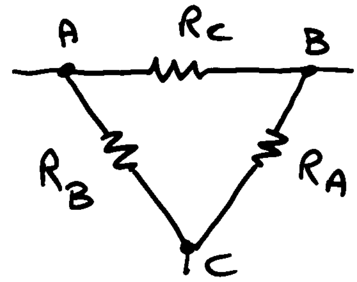
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = [T_1]\begin{bmatrix} V_2' \\ -I_2' \end{bmatrix} = [T_1]\begin{bmatrix} V_1'' \\ I_1'' \end{bmatrix} = [T_1][T_2]\begin{bmatrix} V_2'' \\ -I_2'' \end{bmatrix} = [T_1]\cdot[T_2]\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

NOTA per costruzione questa connessione è SEMPRE VALIDA (sia per 2-PORTE bilanciate che sbilanciate)

9) STELLA - TRIANGOLO



$\Rightarrow$



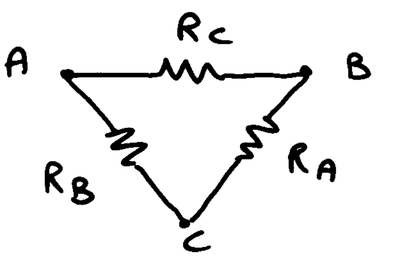
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_C}$$

$$\begin{cases} R_A = \dfrac{r_B r_C}{r} \\ R_B = \dfrac{r_A r_C}{r} \\ R_C = \dfrac{r_A r_B}{r} \end{cases}$$

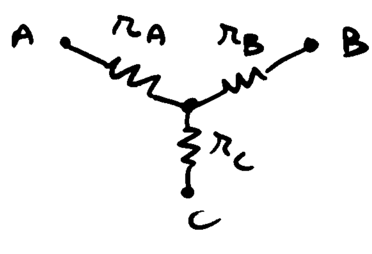
dim.:

basta notare che la stella è un 2-PORTE (tripolo) a "T" reciproco di cui si può calcolare $[Z]$ quindi $[Y] = [Z]^{-1}$ e realizzarla come 2-PORTE (tripolo) a "π" cioè a triangolo.

10) TRIANGOLO - STELLA



$\Rightarrow$



$$R = R_A + R_B + R_C$$

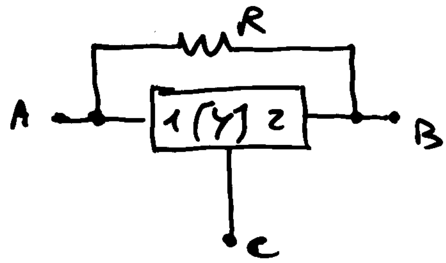
$$\begin{cases} r_A = \dfrac{R_B R_C}{R} \\ r_B = \dfrac{R_A R_C}{R} \\ r_C = \dfrac{R_A R_B}{R} \end{cases}$$

dim.:

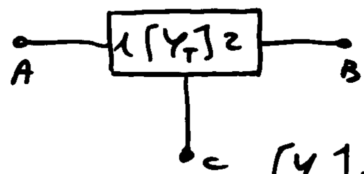
basta notare che il triangolo è un tripolo a "π" reciproco di cui si può calcolare la rappresentazione $[Y]$ quindi invertirlo $[Z] = [Y]^{-1}$ e realizzare l'inversa come un tripolo a "T".

2-PORTE (senza memoria)

11) ASSORBIMENTO R DERIVATO SU TRIPOLO



$\equiv$

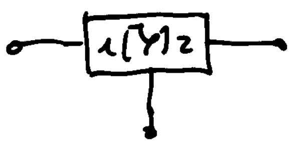


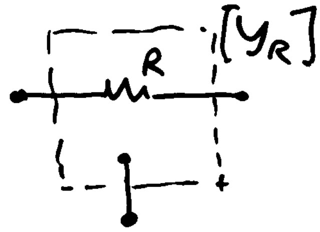
$$[Y_T] = [Y] + \begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G \end{bmatrix}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

dim.:

collegamento parallelo-parallelo fra i seguenti 2 porte

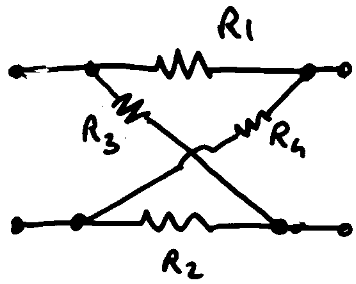




$$[Y_R] = \begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G \end{bmatrix}$$

2-PORTE TIPICI

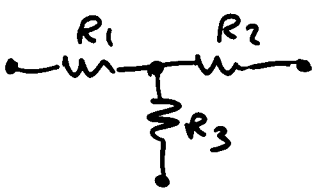
- **TRALICCIO**



$$[Z] = \begin{bmatrix} \dfrac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R} & \dfrac{R_3R_4 - R_1R_2}{R} \\[2ex] \dfrac{R_3R_4 - R_1R_2}{R} & \dfrac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R} \end{bmatrix}$$

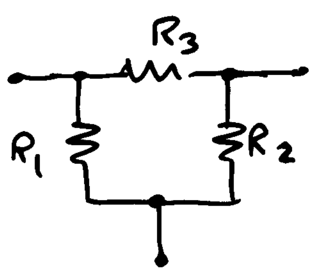
$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

- **RETE A "T"**



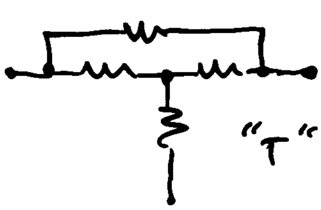
$$[Z] = \begin{bmatrix} R_1+R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2+R_3 \end{bmatrix}$$

- **RETE A "π"**

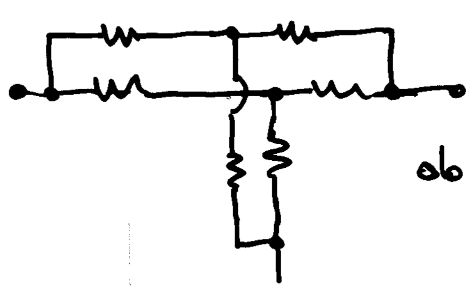


$$[Y] = \begin{bmatrix} G_1+G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_2+G_3 \end{bmatrix}$$

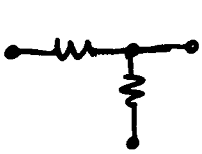
- **ALTRE RETI**



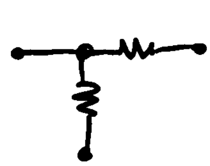
"T" derivata



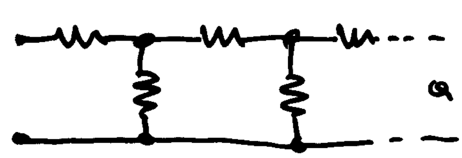
doppio "T"



a "L"



a "L"



a scala

$\boxed{\text{NOTA}}$ le loro rappresentazioni possono facilmente essere ottenute dai casi precedenti essenzialmente con trasformazioni circuitali