MEZZI TRASMISSIVI

CAVO COASSIALE

Consideriamo un'onda E.M che si propaga lungo un cavo coassiale. Assumiamo che il cavo sia disposto lungo l'asse z (quindi anche l'onda si propaga in questa direzione).

Abbiamo visto che:

$$\frac{\partial}{\partial z} E = \frac{\partial}{\partial z} H = 0$$

Assumendo un sistema di riferimento cilindrico, allora anche:

$$\frac{\partial}{\partial \phi} E = \frac{\partial}{\partial \phi} H = 0$$

Dalle eq. di Maxwell:

$$\nabla \cdot E = 0 = \frac{1}{r} \partial_r \left(r \hat{E}_r (r; z) \right) \Rightarrow r E_r (r; z) = cost. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{E}_r (r; z) = \frac{cost}{r} \cdot V(z)$$

Dalla definizione di potenziale:

$$V(z) = \int_{r_i}^{r_e} E(r; z) dr = \int_{r_i}^{r_e} \frac{cost}{r} V(z) = cost \cdot V(z) \cdot \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow cost \cdot \ln \frac{r_e}{r_i} = 1 \Rightarrow cost = \frac{1}{\ln (r_e/r_i)}$$

Quindi

$$\hat{E}_r (r; z) = \frac{1}{\ln (r_e/r_i)} \cdot \frac{V(z)}{r}$$

CAMPO MAGNETICO:

$$\nabla \times \hat{E}_r = -j\omega\mu \, \hat{H}(r;z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{H}(r;z) = -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \left(\hat{E}_r(r;z) \right) =$$

$$= \frac{1}{-j\omega\mu} \cdot \frac{1}{r} \cdot \det \begin{vmatrix} u_r & r u_\phi & u_z \\ \partial_r & \partial_\phi & \partial_z \\ \hat{E}_r & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \partial_r = \partial_\phi = 0 \Rightarrow$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{1}{r} \partial_z \hat{E}_r(r;z) r u_\phi = -\frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\cancel{r} \ln(r_e/r_i)} \frac{dV(z)}{dz} \cancel{r} u_\phi$$

(campo magnetico in direzione tangenziale u_ϕ)

CAMPO ELETTRICO

Ricalcolo $\hat{E}_r(r;z)$ usando la 4° eq. di Maxwell: $\nabla \times \hat{H} = j\omega\varepsilon\hat{E}$ e ottengo:

$$\hat{E}(r;z) = -\frac{1}{r \ln(r_e/r_i)} \cdot \frac{1}{K^2} \cdot \frac{d^2 V(z)}{dz^2} \qquad (K^2 = \omega^2 \mu\varepsilon)$$

confrontando quest'ultima espressione con quella di $\hat{E}_r(r;z)$ ricavata prima, ottengo:

$$V(z) = \frac{1}{K^2} \frac{d^2 V(z)}{dz^2}$$

la cui soluzione è:

$$\hat{V}(z) = V^+ \exp(-jKz) + V^- \exp(+jKz)$$