ONDE PIANE IN UN MEZZO CON PERDITE

A differenza di un dielettrico, in cui la densità di corrente J è uniforme ovunque (non ci sono perdite), in un materiale conduttore, J segue la legge di ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

in cui σ è la conducibilità (opposto della resistività).
Ora le eq di Maxwell diventano:

$$\nabla \cdot \hat{E} = \hat{\rho}/\varepsilon$$

$$\nabla \cdot \hat{H} = 0$$

$$\nabla \times \hat{E} = -j\omega\mu \hat{H}$$

$$\nabla \times \hat{H} = \sigma \hat{E} + j\omega\varepsilon \hat{E}$$

calcolo il rotore di ambo i membri della terza eq.

$$\nabla \times \nabla \times \hat{E} = -j\omega\mu \left(\nabla \times \hat{H}\right) = -j\omega\mu \left(\sigma + j\omega\varepsilon\right) \hat{E}$$

Sappiamo che $\nabla \times \nabla \times \hat{E} = \nabla\nabla \cdot E - \nabla^2 E$ e che $\nabla \cdot E = 0$ quindi

$$\nabla^2 \hat{E} - \gamma^2 E = 0 \quad \text{in cui} \quad \gamma^2 = j\omega\mu\,(\sigma + j\omega\varepsilon)$$

(γ è la costante di fase)
Assumiamo che l'onda si propaghi solo su $\hat{z}$:

$$\partial_z^2 \hat{E}_x - \gamma^2 \hat{E}_x = 0$$

la cui soluzione è:

$$\hat{E}_x(z) = E_x^+ \exp(-\gamma z) + E_x^- \exp(\gamma z)$$

(in un mezzo con perdite, $jk = \gamma$)

in un mezzo con perdite, l'impedenza d'onda vale:

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{jk} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = j\omega\mu \cdot \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}} = \frac{1+j}{\sigma\delta}$$

in cui δ = PROFONDITÀ DI PENETRAZIONE:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (m)$$