VETTORE DI POYNTING

E' un vettore diretto nel verso di propagazione dell'onda, il cui modulo rappresenta l'energia, trasportata dall'onda, che attraversa una superficie unitaria, ortogonale alla direzione di propagazione.

E' così definito:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$S = \det \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ E_x & E_y & 0 \\ H_x & H_y & 0 \end{vmatrix} = u_z \left(E_x H_y - E_y H_x \right) =$$

$$= \left[(f^+ + f^-) \cdot \frac{1}{\eta} (f^+ - f^-) - (g^+ + g^-) \cdot -\frac{1}{\eta} (g^+ - g^-) \right] u_z =$$

$$= \frac{1}{\eta} \left[(f^+ + f^-)(f^+ - f^-) + (g^+ + g^-)(g^+ - g^-) \right] u_z =$$

$$= \frac{1}{\eta} \left[(f^+)^2 - (f^-)^2 + (g^+)^2 - (g^-)^2 \right] u_z = \frac{1}{\eta} \left[\underbrace{\left((f^+)^2 + (g^+)^2 \right)}_{\eta S^+} - \underbrace{\left((f^-)^2 + (g^-)^2 \right)}_{\eta S^-} \right]$$

$$\Rightarrow \vec{S} = \left(S^+ - S^- \right) u_z \qquad \square$$

Calcolo del modulo:

$$|E \times H| = \left| E \times \frac{E}{\eta} \right| = \frac{1}{\eta} |E|^2$$

DENSITA' DI ENERGIA TRASPORTATA DALLE ONDE

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon|E|^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\left(E_x^2 + E_y^2\right)$$

$$u_H = \frac{1}{2}\mu|H|^2 = \frac{1}{2}\mu\left(H_x^2 + H_y^2\right)$$

Si verifica che u_E e u_H sono uguali:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon\left(E_x^2 + E_y^2\right) = \frac{1}{2}\varepsilon\,\eta^2\left(H_x^2 + H_y^2\right) = \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon}\cdot\frac{\mu}{\cancel{\varepsilon}}\left(H_x^2 + H_y^2\right) = u_H$$

quindi pongo:

$$u = u_E + u_H$$

il modulo del vettore di Poynting è definito anche:

$$|S| = c\cdot u = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\cdot\varepsilon|E|^2 = \frac{1}{\eta}|E|^2$$

□