

MATRICE S DI UN CIRCUITO SENZA PERDITE

La matrice S di un circuito senza perdite è caratterizzata da alcune relazioni tra i suoi elementi.

Insieme col dire che, per il principio di conservazione dell'energia, in un qualsiasi circuito deve valere:

$$\sum P_{\text{entranti}} = \sum P_{\text{uscanti}} + P_{\text{dissipata all'interno}}$$

Per $\sum P_{\text{entranti}}$ si intende la somma delle potenze incidenti su ogni singola porta eccitata. Per una porta vale:

$$\begin{aligned} P_{\text{ent}(i)} &= \frac{1}{2} V^+ I^{+*} = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_{oi}} = \frac{1}{2} |a_i|^2 = \\ &= \frac{1}{2} a_i \cdot a_i^* \end{aligned}$$

dove ho usato la grandezza normalizzata $a_i = \frac{V^+}{\sqrt{Z_{oi}}}$
Analogamente vale per P_{usc} :

$$P_{\text{usc}(i)} = \frac{1}{2} b_i \cdot b_i^*$$

Quindi, passando alle sommatorie:

$$P_{\text{diss}} = \sum P_{\text{ent}} - \sum P_{\text{usc}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i a_i^* - b_i b_i^* \quad (N = \text{porte totali}) \quad \#2$$

Posso riscrivere:

$$\sum a_i a_i^* = a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + \dots = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N] \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}^* = [a]^*{}^T \cdot [a]$$

(ho scambiato il coniugio, senza variare il risultato)

e analogamente:

$$\sum b_i b_i^* = \dots = [b]^*{}^T \cdot [b] \quad \#3$$

ora prendo quest'ultima relazione e sostituisco

$$[b] = [S][a]$$

